



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Факультет управления территориями
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
16 февраля 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
АНАЛИЗ В РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
«Б1.О.05.02 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ЛИНЕЙНЫЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Направленность(профиль) подготовки: Бизнес-аналитика в сфере недвижимости

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2024

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 3 з.е.
в академических часах: 108 ак.ч.

Москва, 2024

Разработчики:

Доцент кафедры Высшей математики, к.н. Аристархова А. В.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденного приказом Минобрнауки от 12.08.2020 № 957

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	факультет Управления территориями	Председатель ученого совета факультета	Зозуля В. В.	Рассмотрено	31.01.2024, № 01-24

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии и его связи с профессиональной деятельностью, а также об основных направлениях развития линейной алгебры; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач профессиональной деятельности, построения моделей изучаемых процессов и явлений, а также их применение при решении экономических задач; овладение навыками применения стандартных приемов и методов линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных методах линейной алгебры и аналитической геометрии, применяемых при решении профессиональных задач;;
- освоение навыков использования аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии (работать с матрицами, решать системы линейных алгебраических уравнений, работать с векторными величинами, строить линейные пространства объектов определенной природы, использовать линейные операторы и квадратичные формы, работать с прямыми, плоскостями и квадраками). ;
- получение компетенций в области применения аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач профессиональной деятельности, а также для построения моделей изучаемых процессов и явлений; ;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи..

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

Знать:

УК-1.1/Зн1 Методы и инструменты сбора данных о рынке недвижимости:

Основные источники информации (агентства недвижимости, государственные реестры, специализированные базы данных).

Методы анализа рыночных тенденций и ценовых изменений.

УК-1.1/Зн2 Принципы экономического анализа:

Основные экономические показатели, влияющие на рынок недвижимости (например, уровень спроса и предложения, инфляция, процентные ставки).

Методы оценки стоимости недвижимости и инвестиционных проектов.

УК-1.1/Зн3 Системный подход в бизнес-аналитике:

Основы системного мышления и его применение в анализе бизнес-процессов.

Взаимосвязи между различными элементами рынка недвижимости (например, влияние макроэкономических факторов на локальный рынок).

Уметь:

УК-1.1/Ум1 Осуществлять поиск и анализ информации о рынке недвижимости:

Использовать различные инструменты для поиска актуальной информации о ценах, предложениях и спросе на недвижимость.

Критически оценивать достоверность и актуальность собранных данных.

УК-1.1/Ум2 Синтезировать информацию для принятия обоснованных решений:

Объединять данные из различных источников для формирования целостной картины рынка.

Разрабатывать аналитические отчеты и рекомендации для клиентов или руководства на основе собранной информации.

УК-1.1/Ум3 Применять системный подход к решению задач в сфере недвижимости:

Выделять ключевые компоненты задач, связанных с анализом рынка недвижимости (например, целевая аудитория, конкурентная среда).

Разрабатывать стратегии и рекомендации, учитывающие все аспекты и взаимосвязи в области недвижимости.

Владеть:

УК-1.1/Нв1 Навыками работы с аналитическими инструментами и программным обеспечением:

Уметь использовать специализированные программы для анализа данных и визуализации информации (например, Excel, BI-инструменты).

УК-1.1/Нв2 Коммуникацией и представлением результатов анализа:

Владеть навыками эффективной презентации результатов анализа и рекомендаций для заинтересованных сторон.

УК-1.1/Нв3 Методами оценки рисков и возможностей на рынке недвижимости:

Уметь проводить оценку рисков, связанных с инвестициями в недвижимость, и разрабатывать стратегии минимизации этих рисков.

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

УК-2.2 Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения

Знать:

УК-2.2/Зн1 Методологии проектного управления:

Знать основные методологии проектного управления, которые помогают в установлении связей между задачами и ожидаемыми результатами.

УК-2.2/Зн2 Критерии успеха проекта:

Знать критерии и показатели, по которым будет оцениваться успешность решения задач и достижения результатов, такие как КРІ (ключевые показатели эффективности).

УК-2.2/Зн3 Анализ взаимозависимостей:

Понимать методы анализа взаимозависимостей между задачами, включая диаграммы Ганта, сетевые графики и другие инструменты планирования.

Уметь:

УК-2.2/Ум1

Уметь выстраивать логическую цепочку между поставленными задачами и ожидаемыми результатами, определяя, как выполнение одной задачи влияет на другие.

Формулировать цели и задачи:

УК-2.2/Ум2 Уметь формулировать конкретные цели и задачи, исходя из ожидаемых результатов, и связывать их с общими целями проекта.

Оценивать влияние задач на результаты:

УК-2.2/Ум3

Уметь оценивать, как выполнение или невыполнение задач может повлиять на достижения ожидаемых результатов, включая анализ рисков и возможностей.

Владеть:

УК-2.2/Нв1 Навыками системного мышления:

Владеть навыками системного мышления, позволяющими видеть связи между различными задачами и их влиянием на общий результат проекта.

УК-2.2/Нв2 Инструментами визуализации:

Владеть инструментами визуализации (например, ментальные карты, диаграммы связей), которые помогают наглядно представить взаимосвязи между задачами и результатами.

УК-2.2/Нв3 Коммуникационными навыками:

Владеть коммуникационными навыками для эффективного обсуждения и объяснения связей между задачами и результатами с командой и заинтересованными сторонами.

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.05.02 «Линейная алгебра и линейные экономические модели» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 2.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
2 семестр	108	3	34	34	40	Зачет

Всего	108	3	34	34	40	
-------	-----	---	----	----	----	--

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соответствующие результатам освоения программы
Раздел 1. Линейная алгебра и линейные экономические модели	108	34	34	40	УК-1.1 УК-2.2
Тема 1.1. Матрицы и определители	14	4	4	6	
Тема 1.2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	14	4	4	6	
Тема 1.3. Элементы векторной алгебры	14	4	4	6	
Тема 1.4. Элементы аналитической геометрии	18	6	6	6	
Тема 1.5. Линейные векторные пространства	18	6	6	6	
Тема 1.6. Линейные отображения	30	10	10	10	
Итого	108	34	34	40	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Линейная алгебра и линейные экономические модели

Тема 1.1. Матрицы и определители

- 1.1. Матрицы и операции над ними.
- 1.2. Определители квадратных матриц.
- 1.3. Обратная матрица.
- 1.4. Элементарные преобразования.
- 1.5. Ранг матрицы.
- 1.6. Задачи с экономическим содержанием.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

- 2.1. Основные понятия и определения.
- 2.2. Общий подход к решению СЛАУ. Метод Гаусса.
- 2.3. Теорема Кронекера-Капелли.
- 2.4. Методы решения невырожденных СЛАУ. Матричный метод и метод Крамера.
- 2.5. Однородные системы линейных алгебраических уравнений (ОСЛАУ).
- 2.6. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.3. Элементы векторной алгебры

- 3.1. Свободные векторы и операции над ними.
- 3.2. Проекция свободного вектора.
- 3.3. Скалярное произведение свободных векторов.
- 3.4. Векторное произведение свободных векторов.
- 3.5. Смешанное произведение свободных векторов.
- 3.6. Задачи с экономическим содержанием.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.4. Элементы аналитической геометрии

- 4.1. Прямая линия на плоскости.
- 4.2. Линии второго порядка на плоскости.
- 4.3. Плоскость.
- 4.4. Прямая линия в пространстве.
- 4.5. Поверхности второго порядка в пространстве.
- 4.6. Линейные модели амортизации и издержек. Законы спроса и предложения.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.5. Линейные векторные пространства

- 5.1. Линейное векторное пространство и его базис.
- 5.2. Подпространство линейного векторного пространства.
- 5.2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
- 5.3. Понятие изоморфизма линейных пространств.
- 5.4. Метрические пространства.
- 5.5. Евклидовы пространства.
- 5.6. Задачи с экономическим содержанием.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.6. Линейные отображения

- 6.1. Линейные отображения.
- 6.2. Линейные операторы.
- 6.3. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- 6.4. Квадратичные формы.
- 6.5. Линейная модель обмена.
- 6.6. Теорема Фробениуса-Перрона и ее применение в экономике.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Тестирование
Решение задач

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Зачет, 2 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Линейная алгебра и линейные экономические модели

Контролируемые ИДК: УК-1.1 УК-2.2

Тема 1.1. Матрицы и определители

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$A+3B-10C \quad \text{и} \quad A^T+3B^T+C^T, \quad \text{если} \quad A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 7 \\ 7 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите

$$\text{а)} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2 - (a+b) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + (ad-bc) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{б)} \left(\begin{pmatrix} 1001 & 1002 & 999 \\ 998 & 1001 & 1003 \\ 1003 & 1000 & 999 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 3 & -5 \\ -6 & 6 & 8 \\ 3 & -6 & -5 \end{pmatrix} \right)^2;$$

$$\left(((1 \ 2 \ 3 \ 4) / (1 \ -2 \ -3 \ -4))^2 \ (0 \ 0 \ 1 \ 3) \right)^3$$

$$в) \left| \left(\begin{pmatrix} \tilde{0} & \tilde{1} & \tilde{2} & \tilde{3} \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{0} & \tilde{1} & \tilde{-2} & \tilde{-3} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) + 8 \begin{pmatrix} \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right|;$$

3. Вычислите определители

$$а) \begin{vmatrix} 9 & 12 \\ -2 & 15 \end{vmatrix}; б) \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}; в) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}; г) \begin{vmatrix} -3 & -5 & 4 & 7 \\ 9 & 8 & -5 & -8 \\ 3 & 2 & -3 & -4 \\ 6 & 7 & -2 & -5 \end{vmatrix}; д) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{vmatrix}.$$

4. Решите задачу

Завод производит двигатели, которые могут либо сразу потребовать дополнительной регулировки (в 40% случаев), либо сразу могут быть использованы (в 60% случаев). Как показывают статистические исследования, те двигатели, которые изначально требовали регулировки, потребуют дополнительной регулировки через месяц в 65% случаев, а в 35% случаев через месяц будут работать хорошо. Те же двигатели, которые не требовали первоначальной регулировки, потребуют её через месяц в 20% случаев и продолжают хорошо работать в 80% случаев. Какова доля двигателей, которые будут работать хорошо или потребуют регулировки через 2 месяца после выпуска? Через 3 месяца?

Тема 1.2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Методом Гаусса решите СЛАУ

$$а) \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

2. Матричным методом решите системы

$$а) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases} б) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

3. Методом Крамера решите системы

$$а) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases} б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

4. Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0, \end{cases}$$

5. Решите задачу

Дана матрица прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$ и вектор валового выпуска

$X = \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix}$. Найдите вектор конечного продукта Y .

Тема 1.3. Элементы векторной алгебры

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A = (3, -1, 5)$, $B = (2, -1, 4)$, $C = (4, 0, 5)$, $D = (1, 0, 4)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

- Напишите уравнение плоскости (ABC) .
- Напишите канонические уравнения прямой l , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .
- Напишите канонические уравнения прямой m , проходящей через точку D параллельно прямой (AB) .
- Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC) .
- Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB) .
- Вычислите расстояние между прямыми l и (AB) .
- Напишите уравнение плоскости π , проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC) .
- Напишите уравнение плоскости α , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .
- Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD) .
- Найдите угол между плоскостями π и (ABD) .
- Найдите угол между прямыми l и (CD) .
- Найдите угол между прямой (AB) и плоскостью (CBD) .

2. Решите задачу

Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные производственно-экономические показатели которых приведены в таблице.

Вид изделия	Количество изделий, изд.	Расход сырья, кг	Норма времени изготовления, ч/изд.	Цена изделия, ден. ед./изд.
1	15	5	15	30
2	35	3	7	15
3	20	8	10	50
4	10	4	5	35

Вычислите расход сырья S , затраты рабочего времени T и стоимость P выпускаемой продукции предприятия.

Тема 1.4. Элементы аналитической геометрии

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,0,3)$

перпендикулярно к плоскостям $x + y + z - 8 = 0$ и $2x - y + 4z + 5 = 0$.

(Правый о/н репер $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.)

2. Решите задачу

Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $A(1,0,-3)$

параллельно прямой $\begin{cases} x + 2y - z + 3 = 0, \\ 3x - y - 4z + 2 = 0. \end{cases}$

(Репер $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.)

3. Решите задачу

Спрос на некоторый товар равен 10 единицам при цене 300 руб. за штуку и 20 единицам при цене 280 руб. Поставщик согласен продать 8 единиц товара при цене 84 руб. и 5 единиц при цене 60 руб. Найдите точку рыночного равновесия.

4. Решите задачу

Предприятие купило автомобиль стоимостью 24 тыс. руб. Ежегодная норма амортизации составляет 10% от цены покупки. Напишите уравнение, определяющее стоимость автомобиля в зависимости от времени t , постройте график. Найдите стоимость автомобиля: а) через 5 лет; б) через 6 лет и 3 месяца.

Тема 1.5. Линейные векторные пространства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Являются ли линейным векторным пространством следующие множества?

$$\text{а) } V = \{f(x) \mid f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2, a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}\};$$

$$\text{б) } V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \mid \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R} \right\};$$

$$\text{в) } V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \mid \alpha_{ij} \in \mathbb{R}, i, j = \overline{1, n} \right\}.$$

2. Выясните, являются ли линейными подпространствами данные множества в n -мерном арифметическом пространстве?

$$\text{а) } V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0\};$$

$$\text{б) } V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1^2 - x_n^2 = 0\};$$

$$\text{в) } V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 1\}.$$

3. Найдите базис и определите размерность линейной оболочки системы векторов

$$\text{а) } (1, -2, 1, 4); (1, -2, 1, 2); (2, -4, 1, 7); (6, -12, -3, 5);$$

$$\text{б) } (3, 1, -4, 0); (4, -2, 1, -3); (2, -2, 1, -1);$$

$$\text{в) } (3, -6, -1, 5); (2, -4, -3, 3); (1, -2, -3, 0).$$

4. Решите задачу

Докажите, что ЛНЗ система векторов из векторного пространства V_1 при изоморфизме $\varphi: V_1 \rightarrow V_2$ переходит в ЛНЗ систему векторов из векторного пространства V_2 .

Тема 1.6. Линейные отображения

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть в некотором базисе $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ линейного пространства R^3 задан произвольный вектор $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Является ли линейным оператор $\varphi: R^3 \rightarrow R^3$ такой, что:

а) $\forall \bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in R^3 \Rightarrow \varphi(\bar{x}) = (5x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 2x_1 + 3x_2 + 5x_3);$

б) $\forall \bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in R^3 \Rightarrow \varphi(\bar{x}) = (5x_3, x_1 + 2x_2 + 2, 2x_1 + 3x_2 + 5);$

в) $\forall \bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in R^3 \Rightarrow \varphi(\bar{x}) = (5x_3, 0, x_1^2 + 3x_2 + 5x_3)?$

В случае линейности оператора найдите его матрицу в том же базисе, в каком заданы координаты векторов $\bar{x}$ и $\varphi(\bar{x})$.

2. Решите задачу

Найдите координаты вектора $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, если линейный оператор,

переводящий его в вектор $Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 21 \end{pmatrix}$, задан системой

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 6, \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 21. \end{cases}$$

3. Решите задачу

Структурная матрица торговли трех стран S_1, S_2, S_3 имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}. \text{ Найдите соотношение национальных доходов стран для}$$

сбалансированной торговли.

4. Решите задачу

Определите, является ли матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$ продуктивной?

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Выберите верный ответ

Если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол в 60° , $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, то скалярное

произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$ равно...

- 1) 7,5
- 2) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$
- 3) $7\sqrt{3}$
- 4) 5,5

2. Выберите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, то произведение матриц $A \cdot B$ равно...

- 1) $\begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Выберите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, то произведение матриц $A \cdot B^T$ равно...

- 1) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

4. Выберите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, то матрица $C = 2A - B$ имеет вид...

- 1) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

2 семестр, Зачет

Контролируемые ИДК: УК-1.1 УК-2.2

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

В некоторой отрасли 4 завода выпускают 3 вида продукции. Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ задает объемы

продукции на каждом заводе в первом квартале, а матрица $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ – во втором; (a_{ij}, b_{ij}) –

объемы продукции j -го типа на i -ом заводе в первом и втором кварталах соответственно.

Найдите: а) объемы продукции; б) прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам; в) стоимостное выражение выпущенной продукции за полгода (в долларах), если λ – это курс доллара по отношению к рублю.

2. Решите задачу

Предприятие производит 3 типа продукции, объемы выпуска заданы матрицей $A = \begin{pmatrix} 100 & 200 & 100 \end{pmatrix}$

(2 3 1 5)

. Цена реализации единицы i -го типа продукции в j -ом регионе задана матрицей $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

где $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,4}$. Найдите матрицу C выручки по регионам.

3. Решите задачу

Данные об исполнении баланса за отчетный период, ден. ед., приведены ниже в таблице.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт	Валовой выпуск
	1	2		
1	100	160	240	500
2	275	40	85	400

Вычислите необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечный продукт отрасли 1 должен увеличиться в два раза, а отрасли 2 – на 20%.

4. Решите задачу

Дана матрица прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$. Найдите: а) вектор валовой продукции X для

обеспечения выпуска конечной продукции $Y = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$; б) приращение вектора ΔX для

увеличения выпуска конечной продукции на $\Delta Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}$.

5. Решите задачу

Предприятие купило автомобиль стоимостью 24 тыс. руб. Ежегодная норма амортизации составляет 10% от цены покупки. Напишите уравнение, определяющее стоимость автомобиля в зависимости от времени t , постройте график. Найдите стоимость автомобиля: а) через 5 лет; б) через 6 лет и 3 месяца.

6. Решите задачу

Спрос на некоторый товар равен 10 единицам при цене 300 руб. за штуку и 20 единицам при цене 280 руб. Поставщик согласен продать 8 единиц товара при цене 84 руб. и 5 единиц при цене 60 руб. Найдите точку рыночного равновесия.

7. Решите задачу

Предприятие выпускает 4 вида продукции P_1, P_2, P_3, P_4 в количествах 50, 80, 20, 120 единиц.

При этом нормы расхода сырья составляют соответственно 7, 3,5, 10 и 4 кг. Определите суммарный расход сырья (S) и его изменение (ΔS) при изменениях выпуска продукции P_1, P_2, P_3, P_4 соответственно 5, -4, -2, 10 ед.

8. Решите задачу

Линейный оператор φ переводит векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ соответственно в векторы $\bar{b}_1 = \varphi(\bar{a}_1), \bar{b}_2 = \varphi(\bar{a}_2), \bar{b}_3 = \varphi(\bar{a}_3)$. Линейный оператор ψ переводит векторы $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$ соответственно в векторы $\bar{c}_1 = \psi(\bar{b}_1), \bar{c}_2 = \psi(\bar{b}_2), \bar{c}_3 = \psi(\bar{b}_3)$. Найдите матрицу оператора $\psi\varphi$ в базисе $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$, если в этом базисе:

$$\bar{a}_1 = (-1, -2, -1), \bar{a}_2 = (0, 1, 1), \bar{a}_3 = (2, 3, 4);$$

$$\bar{b}_1 = (1, 1, 1), \bar{b}_2 = (1, -2, -1), \bar{b}_3 = (0, 1, -1);$$

$$\bar{c}_1 = (2, 3, 1), \bar{c}_2 = (-1, 2, -1), \bar{c}_3 = (2, 1, 1).$$

Найдите матрицу оператора $\psi\varphi$ в базисе $a = (\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3)$.

9. Для каждой из матриц линейного оператора непосредственным вычислением определителя найдите характеристический многочлен и вычислите его корни

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 8 & 6 \\ 2 & -14 & -10 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. Запишите матрицу заданной квадратичной формы

$$q(\bar{x}) = 2(x^1)^2 - 3x^1x^2 + 4x^1x^3 + 5(x^2)^2 - 8x^2x^3 + (x^3)^2.$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.

2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 5-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2007. - 608 - 978-5-8112-2374-9. - Текст: непосредственный.

3. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. - 4-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2005. - 576 - 5-8112-1498-7. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Бутузов В.Ф. Линейная алгебра в вопросах и задачах : Учеб. пособие / В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, А.А. Шишкин; Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Под ред. В.Ф. Бутузова. - 2-е изд., испр. - Издательство ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 248 - 5-9221-0285-0. - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения

(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем

(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.

Меловая доска - 4 шт.

Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.

Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Линейная алгебра и линейные экономические модели» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции:

- Подготовка к практическому занятию

- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы

- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы

- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов

- Подготовка к зачету

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития,

индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.